

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio A1

emestrada

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ a-3 & a-1 & 1 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$, $B = (-1 \ 3 \ 2)$, $C = (-2 \ 1 \ 4)$,

siendo a un número real.

a) Obtenga los valores de a para los que la matriz A tenga inversa.

b) Para $a = 1$, resuelva la ecuación $X \cdot A - B = C \cdot A$

c) Determine razonadamente la dimensión de la matriz D que permite realizar la operación $B \cdot A + D \cdot C^t \cdot B$

SOCIALES II. 2024 JUNIO. EJERCICIO A1

RESOLUCIÓN

a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ a-3 & a-1 & 1 \\ 0 & 2 & a \end{vmatrix} = -2a + 10 = 0 \Rightarrow a = 5$$

Tiene inversa para todos los valores de $a \neq 5$

b) Despejamos la matriz X

$$\begin{aligned} X \cdot A - B &= C \cdot A \Rightarrow X \cdot A = C \cdot A + B \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = C \cdot A \cdot A^{-1} + B \cdot A^{-1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow X = C + B \cdot A^{-1} \end{aligned}$$

Calculamos la inversa para $a = 1$

$$A^{-1} = \frac{(A^{adj})^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}^t}{8} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}}{8} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$X = C + B \cdot A^{-1} = (-2 \ 1 \ 4) + (-1 \ 3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = (-2 \ 1 \ 4) + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} & \frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

c) Calculamos la dimensión de la matriz D

$$B \cdot A + D \cdot C^t \cdot B \Rightarrow (1,3) \cdot (3,3) + (x,y) \cdot (3,1) \cdot (1,3) \Rightarrow (1,3) + (x,y) \cdot (3,3) \Rightarrow (x,y) = (1,3)$$