PROBLEMAS RESUELTOS SELECTIVIDAD ANDALUCÍA 2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Reserva 1, Ejercicio B3
- Reserva 1, Ejercicio B4
- Reserva 2, Ejercicio B3
- Reserva 2, Ejercicio B4
- Reserva 3, Ejercicio B3
- Reserva 3, Ejercicio B4
- Reserva 4, Ejercicio B3
- Reserva 4, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4
- Modelo, Ejercicio 2

a) Calcule las derivadas de las funciones siguientes:

$$f(x)=(x^2+2)^3\cdot e^{-2x} \qquad g(x)=\frac{\ln(1-x^3)}{(1-2x^2)^2}$$

b) Halle los valores a y b para que sea horizontal la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=x^3+ax^2+3x+b$ en el punto $P(1,2)$.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x)=3\cdot(x^2+2)^2\cdot 2x\cdot e^{-2x}+(-2)\cdot e^{-2x}\cdot(x^2+2)^3$$

$$g'(x)=\frac{\frac{-3x^2}{1-x^3}\cdot(1-2x^2)^2-2\cdot(1-2x^2)\cdot(-4x)\cdot\ln(1-x^3)}{\left(1-2x^2\right)^4}$$

b) $h(x)=x^3+ax^2+3x+b$; $h'(x)=3x^2+2ax+3$

- Tangente horizontal en 1 $\Rightarrow h'(1)=0\Rightarrow 3+2a+3=0\Rightarrow a=-3$

- Pasa por $(1,2)\Rightarrow h(1)=2\Rightarrow 1+a+3+b=2\Rightarrow 1-3+3+b=2\Rightarrow b=1$

La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t)=\begin{cases} t^2-8t+60 & si \quad 0\le t\le 10 \\ -t^2+32t-140 & si \quad 10<t\le 24 \end{cases}$$

a) Compruebe que la función v es continua y derivable.
b) Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.
c) La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa. ¿Se emitirá alerta roja?.
SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $t=10$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 10^-}(t^2-8t+60)=80 \\ \lim\limits_{t\to 10^+}\left(-t^2+32t-140\right)=80 \end{array}\right\} \Rightarrow v(10)=\lim_{t\to 10} v(t)=80 \Rightarrow \text{ Es continua}$$

Estudiamos la derivabilidad en $t=10$

Calculamos la función derivada: $v'(t)=\begin{cases} 2t-8 & si \quad 0\le t\le 10 \\ -2t+32 & si \quad 10<t\le 24 \end{cases}$ y como:

$$\left.\begin{array}{l} v'(10^-)=12 \\ v'(10^+)=12 \end{array}\right\} \Rightarrow v'(10^-)=v'(10^+)=12 \Rightarrow \text{Es derivable}$$

b) Los extremos absolutos pueden estar en los extremos del intervalo $t=0$ y $t=24$, y también en las soluciones de $v'(t)=0$.

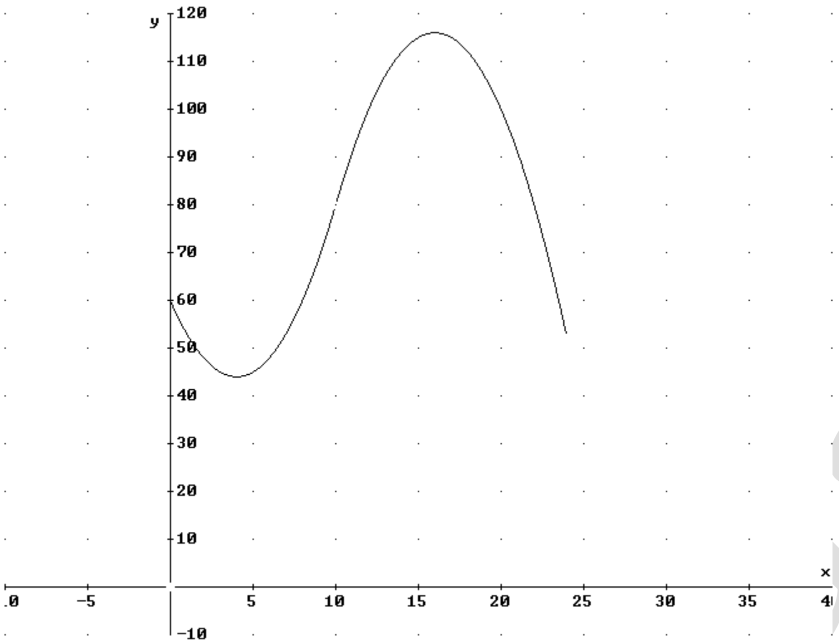
$$v'(t)=0\Rightarrow \begin{cases} 2t-8=0\Rightarrow t=4 \\ -2t+32=0\Rightarrow t=16 \end{cases}$$

	$(0,4)$	$(4,10)$	$(10,16)$	$(16,24)$
Signo v'	$-$	$+$	$+$	$-$
Función	D	C	C	D

Creciente $(4,10)\cup(10,16)$; Decreciente $(0,4)\cup(16,24)$

Máximo relativo $(16,116)$; mínimo relativo $(4,44)$; $v(0)=60$; $v(24)=52$

Luego, máximo absoluto $(16,116)$ y mínimo absoluto $(4,44)$



c) $-t^2+32t-140=100 \Rightarrow t^2-32t+240=0 \Rightarrow \begin{cases} t=12 \\ t=20 \end{cases}$

Luego, debe emitir alerta naranja desde las 12 horas hasta las 20 horas. No se emitirá alerta roja ese día.

La superficie de ampliación de un parque de atracciones, en decámetros cuadrados, coincide con el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)=-x^2+6x$ y $g(x)=\dfrac{x^2}{5}$.

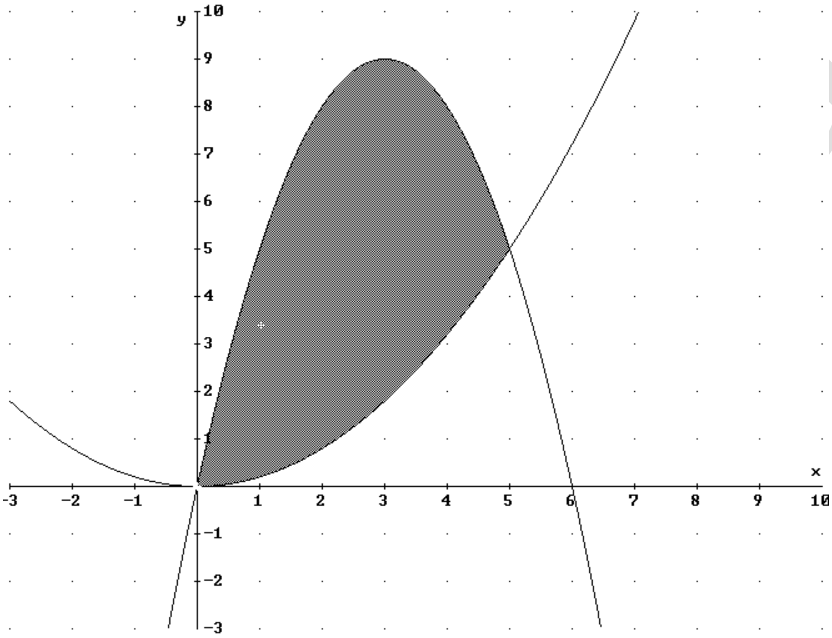
a) Represente gráficamente la superficie de ampliación del parque de atracciones.

b) Si el coste para acondicionar el nuevo suelo es de 75 €$/m^2$, calcule el área de ampliación del parque y el coste total del acondicionamiento.

SOCIALES II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos las dos parábolas



b) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_0^5\left((-x^2+6x)-(\frac{x^2}{5})\right)dx=\int_0^5\left(-\frac{6}{5}x^2+6x\right)dx=\left[-\frac{2x^3}{5}+3x^2\right]_0^5=\left(\frac{-250}{5}+75\right)-(0)=25\ dam^2=$$

$$=2500\ m^2$$

Luego, el coste será $2500\cdot 75=187.500$ €

Se consideran las funciones

$$f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & si \quad -1\le x\le 1 \\ (x-2)^2 & si \quad 1<x\le 3 \end{cases} \qquad g(x)=1 \quad si \quad -1\le x\le 3$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f* y *g* en sus dominios.
b) Represente el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y calcule su área.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 1. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $2-x^2$, por ser polinómica, es continua y derivable en su dominio $-1\le x\le 1$. La función $(x-2)^2$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio $1<x\le 3$. Por lo tanto, estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=1$.

1. $f(1)=1$

2. $$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} 2-x^2=1 \\ \lim_{x\to 1^+} (x-2)^2=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(0)=\lim_{x\to 1} f(x)=1 \Rightarrow \text{ Es continua en } x=1$$

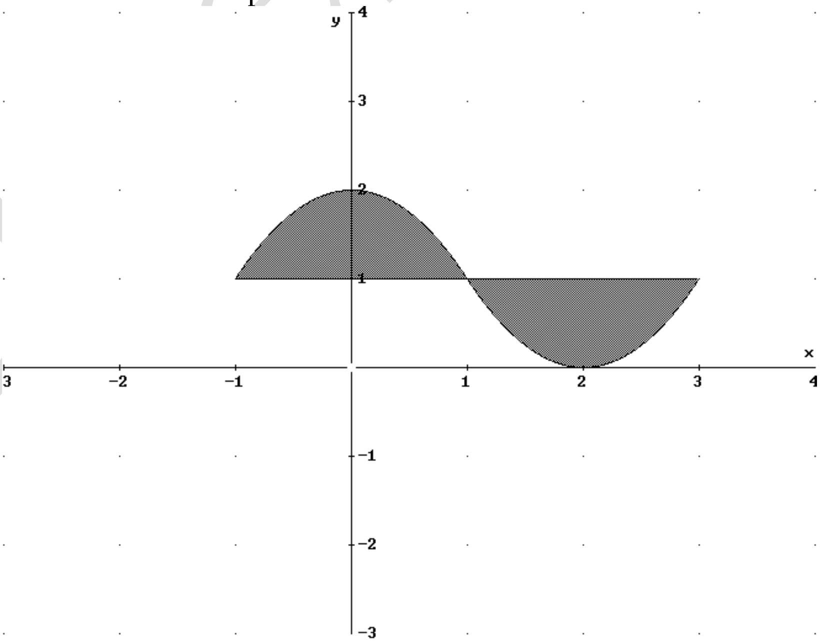
Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} -2x & si \quad -1\le x<1 \\ 2\cdot(x-2) & si \quad 1<x\le 3 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=-2 \\ f'(1^+)=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-)=f'(1^+) \Rightarrow \text{ Es derivable en } x=1$$

Por lo tanto, la función $f(x)$ es continua y derivable en $[-1,3]$

La función $g(x)$, al ser una función constante, es continua y derivable en $[-1,3]$

b) Representamos el recinto limitado por las dos funciones



Como es simétrica, calculamos el área de la parte de la izquierda y la multiplicamos por 2

$$A=2\cdot\int_{-1}^{1} 2-x^2-1\,dx=2\cdot\int_{-1}^{1}(1-x^2)\,dx=2\cdot\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=2\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)-2\cdot\left(-1+\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=\frac{8}{3}\,u^2$$

Se considera la función $f(x)=1-\dfrac{4}{3+x}$

a) Halle el dominio de *f* y los puntos de corte de su gráfica con los ejes de coordenadas.
b) Calcule las asíntotas de la función *f*.
c) Obtenga los puntos donde la recta tangente a la gráfica de *f* tiene pendiente 1.
d) Estudie la curvatura de la función *f*.
SOCIALES II. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Su dominio es $\mathbb{R}-\{-3\}$.

Corte eje X $\Rightarrow y=0\Rightarrow 1-\dfrac{4}{3+x}=0\Rightarrow x=1\Rightarrow (1,0)$

Corte eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=1-\dfrac{4}{3+0}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow \left(0,-\dfrac{1}{3}\right)$

b) $f(x)=1-\dfrac{4}{3+x}=\dfrac{x-1}{3+x}$

La recta $x=-3$ es una asíntota vertical, ya que: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x-1}{3+x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x-1}{3+x}=-\infty\end{cases}$

La recta $y=1$ es una asíntota horizontal, ya que: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{3+x}=1$

c) $f'(x)=\dfrac{4}{(3+x)^2}=1\Rightarrow 4=9+x^2+6x\Rightarrow x^2+6x+5=0\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ x=-5\end{cases}$

Luego, los puntos son: $(-1,-1)$ y $(-5,3)$

d) Calculamos la derivada: $f'(x)=\dfrac{4}{(3+x)^2}$

Calculamos la segunda derivada y la igualamos a cero.

$$f''(x)=-\frac{8}{(3+x)^3}=0\Rightarrow No$$

	$(-\infty,-3)$	$(-3,\infty)$
Signo $f''(x)$	+	−
Función	Cx	Cn

La función es convexa en $(-\infty,-3)$ y cóncava en $(-3,\infty)$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x^2+2x & si \quad x<2 \\ x^2-2x & si \quad x\geq 2 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f*
b) Represente el recinto limitado por las rectas $y=2x$ **,** $x=-1$ **,** $x=1$ **y la gráfica de *f*. Calcule su área.**
SOCIALES II. 2024 RESERVA 2 EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Las funciones $-x^2+2x$ y x^2-2x al ser polinómicas son continuas y derivables en su dominio. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=2$.

2. $f(2)=2^2-2\cdot 2=0$

2. $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-x^2+2x\right)=0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=0$

3. $f(2)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)=0$

Luego, es continua en $\mathbb{R}$

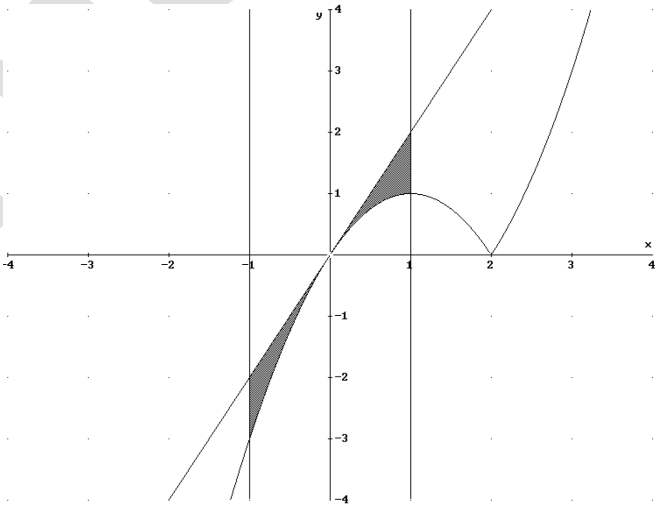
Vamos a estudiar la derivabilidad en $x=2$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} -2x+2 & si \quad x<2 \\ 2x-2 & si \quad x>2 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2^-)=-2 \\ f'(2^+)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(2^-)\neq f'(2^+) \Rightarrow \text{No es derivable en } x=2$$

Luego, la función es continua $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$

b) Dibujamos el recinto



Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-1}^{1}\left[2x-(-x^2+2x\right]dx=\int_{-1}^{1}x^2\,dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=\frac{2}{3}\,u^2$$

Se desea analizar la evolución de la población de una localidad. Se conoce que la función f aproxima el número de habitantes que tiene la población para cada tiempo t, medido en meses, con $t \in [0,60]$. El crecimiento de esta población viene dado por la siguiente expresión:

$$f'(t) = 400 + 30\sqrt{t}$$

También se sabe que la población en la actualidad, $t = 0$, es de 90.000 habitantes
a) ¿Cuál será la población dentro de 9 meses?.
b) Calcule $\int_9^{16} f'(t)\,dt$ e interprete el resultado.
c) Si se entrega una ayuda de 150 € por cada nuevo habitante durante los tres primeros años, calcule la cuantía total aproximada de la ayuda que recibirá la localidad.
SOCIALES II. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

Calculamos la función $f(t)$

$$f(t) = \int (400 + 30\sqrt{t})\,dt = 400t + 30\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = 400t + 20t^{\frac{3}{2}} + C$$

Calculamos el valor de C: $f(0) = 400 \cdot 0 + 20 \cdot 0^{\frac{3}{2}} + C = 90.000 \Rightarrow C = 90.000$

Luego, la función es: $f(t) = 400t + 20t^{\frac{3}{2}} + 90.000$

a) Calculamos la población dentro de 9 meses: $f(9) = 400 \cdot 9 + 20 \cdot 9^{\frac{3}{2}} + 90.000 = 94.140$

b)
$$\int_9^{16} f'(t)\,dt = \int_9^{16} (400 + 30\sqrt{t})\,dt = \left[400t + 20t^{\frac{3}{2}}\right]_9^{16} = (6400 + 1280) - (3600 + 540) = 3540$$

El valor obtenido nos indica lo que ha aumentado la población del mes 9 al mes 16.

c) Calculamos la población dentro de 3 años: $f(36) = 400 \cdot 36 + 20 \cdot 36^{\frac{3}{2}} + 90.000 = 108.720$

Como la población inicial era 90.000 habitantes, entonces, en los 3 primeros años la población ha aumentado en: $108.720 - 90.000 = 18.720$ habitantes.

La ayuda total recibida será: $18.720 \cdot 150 = 2.808.000$ €

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 3+e^{x} & si \quad x<1 \\ x^{2}+ax+2 & si \quad x\geq 1 \end{cases}$

a) Determine el valor de a para que la función f sea continua en $\mathbb{R}$. Para ese valor de a, ¿es f derivable?
b) Para $a=-3$, calcule la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.
c) Para $a=-3$, represente la región limitada por la gráfica de f, las rectas $x=2$, $x=4$ y el eje de abscisas. Calcule el área de dicha región.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 3. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $3+e^{x}$ es continua y derivable en su dominio. La función $x^{2}+ax+2$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^{-}}\left(3+e^{x}\right)=3+e \\ \lim\limits_{x\to 1^{+}}\left(x^{2}+ax+2\right)=1+a+2\end{array}\right\}\Rightarrow 3+e=1+a+2\Rightarrow a=e$$

Calculamos la derivada $f'(x)=\begin{cases} e^{x} & si \quad x<1 \\ 2x+e & si \quad x>1 \end{cases}$

Como $f'(1^{-})=e\neq f'(1^{+})=2+e\Rightarrow$ No es derivable en $x=1$

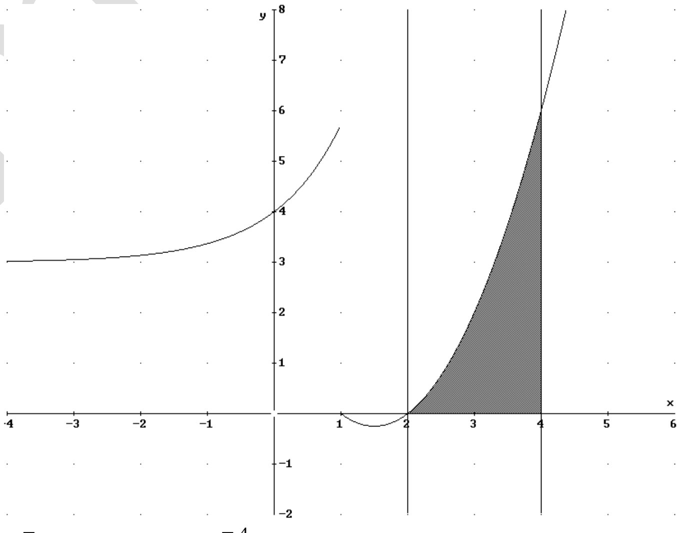
b) La ecuación de la recta tangente es: $y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)$

$f(0)=3+e^{0}=4$

$f'(x)=e^{x}\Rightarrow f'(0)=1$

Sustituyendo, tenemos que: $y-4=1\cdot(x-0)\Rightarrow y=x+4$

c) Dibujamos y calculamos el área



$$A=\int_{2}^{4}(x^{2}-3x+2)\,dx=\left[\frac{x^{3}}{3}-\frac{3x^{2}}{2}+2x\right]_{2}^{4}=\left(\frac{64}{3}-\frac{48}{2}+8\right)-\left(\frac{8}{3}-\frac{12}{2}+4\right)=\frac{14}{3}\ u^{2}$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2+ax-1 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{b}{x} & si \quad 1<x\le 3 \\ \dfrac{x-1}{3} & si \quad x>3 \end{cases}$ **con a y b números reales**

a) Determine los valores de a y b para que f sea continua. Para dichos valores, estudie la derivabilidad de f

b) Para $a=5$ y $b=2$, represente el recinto limitado por la gráfica de f, las rectas $x=2$, $x=4$ y el eje OX. Calcule su área.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 4. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=1$ y $x=3$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^2+ax-1\right)=a \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{b}{x}\right)=b \end{array}\right\}\Rightarrow a=b \qquad \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^-}\left(\dfrac{b}{x}\right)=\dfrac{b}{3} \\ \lim\limits_{x\to 3^+}\left(\dfrac{x-1}{3}\right)=\dfrac{2}{3} \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{b}{3}=\frac{2}{3}\Rightarrow b=2$$

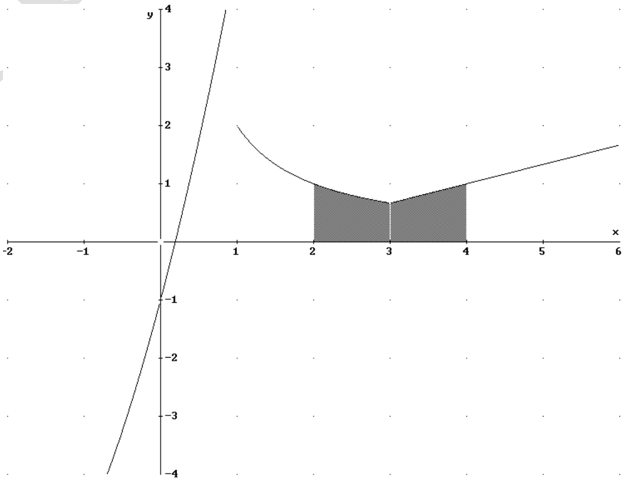
Luego, $a=b=2$

Calculamos la derivada $f'(x)=\begin{cases} 2x+2 & si \quad x<1 \\ -\dfrac{2}{x^2} & si \quad 1<x<3 \\ \dfrac{1}{3} & si \quad x>3 \end{cases}$

Como $f'(1^-)=4\neq f'(1^+)=-2\Rightarrow$ No es derivable en $x=1$

$f'(3^-)=-\dfrac{2}{9}\neq f'(3^+)=\dfrac{1}{3}\Rightarrow$ No es derivable en $x=3$

b) Dibujamos y calculamos el área



$$A=\int_2^3\frac{2}{x}dx+\int_3^4\frac{x-1}{3}dx=\left[2\ln x\right]_2^3+\left[\frac{x^2}{6}-\frac{x}{3}\right]_3^4=2\ln 3-2\ln 2+\left(\frac{16}{6}-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{9}{6}-1\right)=2\ln\frac{3}{2}+\frac{5}{6}\,u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}x^2+x+1 & si \quad x\le 2 \\ \frac{1}{x-1} & si \quad x>2 \end{cases}$ **con *a* y *b* números reales**

a) Estudie la continuidad, derivabilidad y monotonía de *f*. Represente gráficamente dicha función.

b) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, las rectas $x=0$, $x=4$ y el eje OX.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 4. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=2$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-\frac{1}{2}x^2+x+1\right)=1 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{1}{x-1}\right)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)=1 \Rightarrow \text{ Continua en } x=2$$

Calculamos la derivada $f'(x)=\begin{cases} -x+1 & si \quad x<2 \\ \frac{-1}{(x-1)^2} & si \quad x>2 \end{cases}$

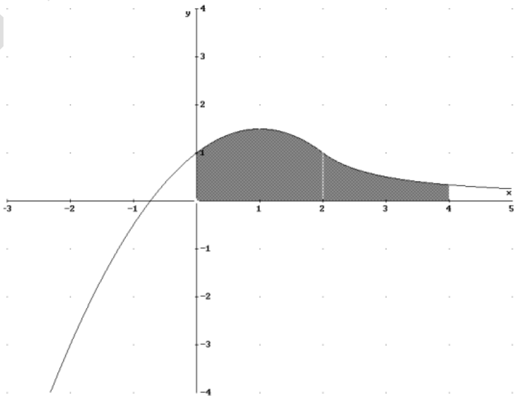
Como $f'(2^-)=-1=f'(2^+)=-1 \Rightarrow$ Es derivable en $x=2$

Igualamos a cero la derivada: $-x+1=0 \Rightarrow x=1$.

	$(-\infty,1)$	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	–	–
Función	C	D	D

Creciente en $(-\infty,1)$ y decreciente en $(1,2)\cup(2,+\infty)$. Tiene un máximo relativo en $\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

b) Dibujamos y calculamos el área



$$A=\int_0^2\left(-\frac{1}{2}x^2+x+1\right)dx+\int_2^4\frac{1}{x-1}dx=\left[-\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}+x\right]_0^2+\left[\ln(x-1)\right]_2^4=$$

$$=\left(-\frac{8}{6}+\frac{4}{2}+2\right)-(0)+\ln 3-\ln 1=\frac{8}{3}+\ln 3\ u^2$$

Dada la función $f(x)=\dfrac{2x-6}{2-x}$
a) Estudie la continuidad y derivabilidad de dicha función. Calcule sus asíntotas.
b) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la existencia de extremos relativos.
c) Halle los puntos de corte con los ejes de coordenadas y represente gráficamente la función.
SOCIALES II. 2024. JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Dominio de la función $\mathbb{R}-\{2\}$. La función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$

Verticales: La recta $x = a$ es una asíntota vertical si: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x)=\infty \Rightarrow x=2$

Horizontales: La recta $y = b$ es una asíntota horizontal si:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=b \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{2x-6}{2-x}=\frac{\infty}{\infty}=-2 \Rightarrow y=-2$$

Oblicuas: No tiene, ya que tiene horizontal

b) Calculamos la derivada de la función y la igualamos a cero.

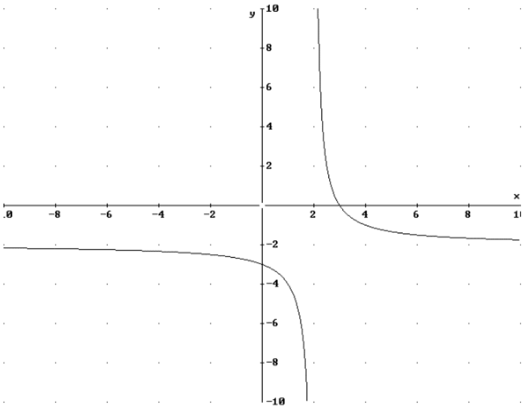
$$f'(x)=\frac{2\cdot(2-x)-(-1)\cdot(2x-6)}{(2-x)^2}=\frac{-2}{(2-x)^2}=0 \Rightarrow \text{ No tiene solución}$$

	$(-\infty,2)$	$(2,\infty)$
Signo f'	$-$	$-$
Función	D	D

Luego la función es decreciente en su dominio. No tiene extremos relativos

c) Punto de corte con el eje X: $\dfrac{2x-6}{2-x}=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow (3,0)$

Punto de corte con el eje Y: $y=\dfrac{-6}{2}=-3 \Rightarrow (0,-3)$



Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x^2+4x+3 & si \quad x<4 \\ 2x-5 & si \quad x\geq 4 \end{cases}$

a) Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.
c) Represente la región del plano limitada por la gráfica de f, las rectas $x=3$, $x=5$ y el eje de abscisas. Calcule su área
SOCIALES II. 2024 JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $-x^2+4x+3$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. La función $2x-5$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=4$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^-}\left(-x^2+4x+3\right)=3 \\ \lim\limits_{x\to 4^+}\left(2x-5\right)=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)=3 \Rightarrow \text{Es continua en } x=4$$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} -2x+4 & si \quad x<4 \\ 2 & si \quad x>4 \end{cases}$

Como $f'(4^-)=-4\neq f'(4^+)=2\Rightarrow$ No derivable en $x=4$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$f'(x)=-2x+4=0\Rightarrow x=2$.

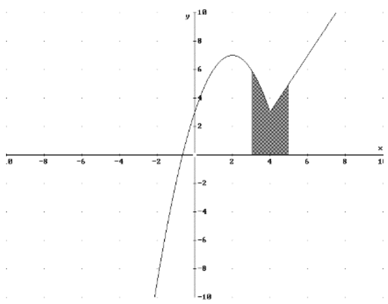
$f'(x)=2=0\Rightarrow$ *No tiene solución*

	$(-\infty,2)$	$(2,4)$	$(4,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$ y decreciente en $(2,4)$.

Tiene un máximo en $(2,7)$ y un mínimo en $(4,3)$.

c) Calculamos el área



$$\int_3^4(-x^2+4x+3)\,dx+\int_4^5(2x-5)\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+4\frac{x^2}{2}+3x\right]_3^4+\left[2\frac{x^2}{2}-5x\right]_4^5=\left[-\frac{x^3}{3}+2x^2+3x\right]_3^4+$$

$$+\left[x^2-5x\right]_4^5=\left(-\frac{4^3}{3}+2\cdot 4^2+3\cdot 4\right)-\left(-\frac{3^3}{3}+2\cdot 3^2+3\cdot 3\right)+\left(5^2-5\cdot 5\right)-\left(4^2-5\cdot 4\right)=\frac{14}{3}+4=\frac{26}{3}\ u^2$$

La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0,24]$, medido en horas.

La variación instantánea de esta función es la derivada de *c*, que viene dada por $c'(t) = 0'03t^2 - 0'9t + 6$, con $t \in (0,24)$

a) Estudie los intervalos en los que la función *c* es creciente.
b) Analice los puntos críticos de la función *c*, indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.
c) Halle la expresión analítica de la función *c*, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial
SOCIALES II. 2024. MODELO. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

a y b) Igualamos a cero la derivada: $c'(t) = 0'03t^2 - 0'9t + 6 = 0 \Rightarrow t = 10$; $t = 20$

	$(0,10)$	$(10,20)$	$(20,24)$
Signo c'	$+$	$-$	$+$
Función	C	D	C

La función es creciente en el intervalo $(0,10) \cup (20,24)$ y decreciente en el intervalo $(10,20)$
Tiene un Máximo en $t = 10$ y un mínimo en $t = 20$.

c) Calculamos la integral

$$c(t) = \int \left(0'03t^2 - 0'9t + 6\right) dx = \frac{0'03t^3}{3} - \frac{0'9t^2}{2} + 6t + K$$

Sabemos que $c(0) = 50$, luego:

$$c(0) = 50 \Rightarrow \frac{0'03 \cdot 0^3}{3} - \frac{0'9 \cdot 0^2}{2} + 6 \cdot 0 + K = 50 \Rightarrow K = 50$$

Por lo tanto, la función es: $c(t) = \dfrac{0'03t^3}{3} - \dfrac{0'9t^2}{2} + 6t + 50 = 0'01t^3 - 0'45t^2 + 6t + 50$