

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4

emestrada

a) Calcule las derivadas de las funciones siguientes:

$$f(x) = (x^2 + 2)^3 \cdot e^{-2x} \quad g(x) = \frac{\ln(1-x^3)}{(1-2x^2)^2}$$

b) Halle los valores a y b para que sea horizontal la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^3 + ax^2 + 3x + b$ en el punto $P(1,2)$.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x) = 3 \cdot (x^2 + 2)^2 \cdot 2x \cdot e^{-2x} + (-2) \cdot e^{-2x} \cdot (x^2 + 2)^3$$

$$g'(x) = \frac{\frac{-3x^2}{1-x^3} \cdot (1-2x^2)^2 - 2 \cdot (1-2x^2) \cdot (-4x) \cdot \ln(1-x^3)}{(1-2x^2)^4}$$

b) $h(x) = x^3 + ax^2 + 3x + b$; $h'(x) = 3x^2 + 2ax + 3$

- Tangente horizontal en 1 $\Rightarrow h'(1) = 0 \Rightarrow 3 + 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$

- Pasa por (1,2) $\Rightarrow h(1) = 2 \Rightarrow 1 + a + 3 + b = 2 \Rightarrow 1 - 3 + 3 + b = 2 \Rightarrow b = 1$

La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 60 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ -t^2 + 32t - 140 & \text{si } 10 < t \leq 24 \end{cases}$$

- a) Compruebe que la función v es continua y derivable.
 b) Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.
 c) La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa. ¿Se emitirá alerta roja?
SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $t = 10$:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow 10^-} (t^2 - 8t + 60) = 80 \\ \lim_{t \rightarrow 10^+} (-t^2 + 32t - 140) = 80 \end{array} \right\} \Rightarrow v(10) = \lim_{t \rightarrow 10} v(t) = 80 \Rightarrow \text{Es continua}$$

Estudiamos la derivabilidad en $t = 10$

Calculamos la función derivada: $v'(t) = \begin{cases} 2t - 8 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ -2t + 32 & \text{si } 10 < t \leq 24 \end{cases}$ y como:

$$\left. \begin{array}{l} v'(10^-) = 12 \\ v'(10^+) = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow v'(10^-) = v'(10^+) = 12 \Rightarrow \text{Es derivable}$$

b) Los extremos absolutos pueden estar en los extremos del intervalo $t = 0$ y $t = 24$, y también en las soluciones de $v'(t) = 0$.

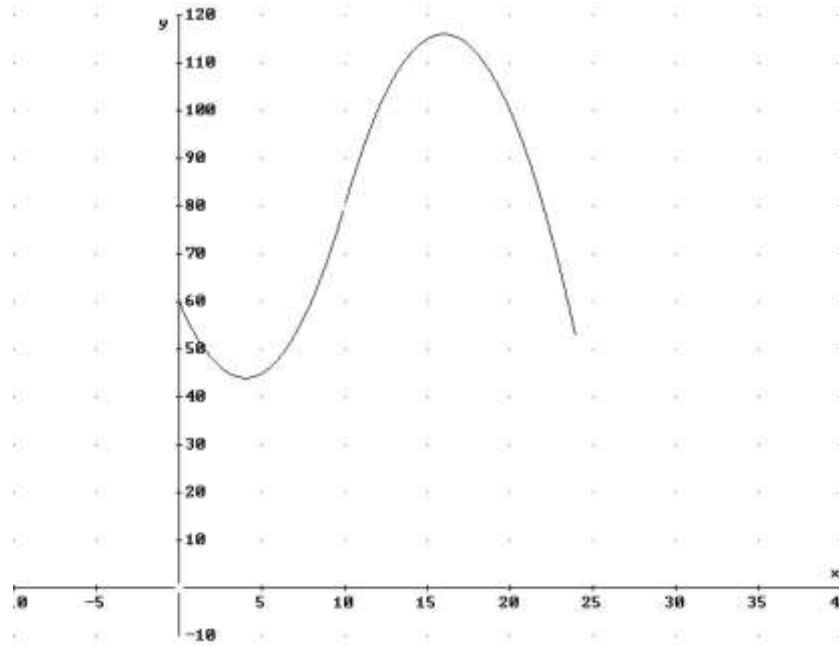
$$v'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \\ -2t + 32 = 0 \Rightarrow t = 16 \end{cases}$$

	(0, 4)	(4, 10)	(10, 16)	(16, 24)
Signo v'	-	+	+	-
Función	D	C	C	D

Creciente $(4, 10) \cup (10, 16)$; Decreciente $(0, 4) \cup (16, 24)$

Máximo relativo $(16, 116)$; mínimo relativo $(4, 44)$; $v(0) = 60$; $v(24) = 52$

Luego, máximo absoluto $(16, 116)$ y mínimo absoluto $(4, 44)$



$$c) -t^2 + 32t - 140 = 100 \Rightarrow t^2 - 32t + 240 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 12 \\ t = 20 \end{cases}$$

Luego, debe emitir alerta naranja desde las 12 horas hasta las 20 horas. No se emitirá alerta roja ese día.