EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2024

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Junio, Ejercicio 6

Considera el sistema $\left\{\begin{array}{r} y+z=1 \\ (k-1)x+\quad y+z=k \\ x+(k-1)y+z=0 \end{array}\right.$

a) Discute el sistema según los valores de k.
b) Para $k=1$ resuelve el sistema, si es posible. ¿Hay alguna solución en la que $y=0$?. En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.
MATEMÁTICAS II. 2024. JUNIO. EJERCICIO 6

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ k-1 & 1 & 1 \\ 1 & k-1 & 1 \end{vmatrix}=1+(k-1)^2-1-(k-1)=k^2-3k+2=0 \Rightarrow k=1\ ;\ k=2$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

Para $k=1 \Rightarrow A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow R(A)=2$ ya que $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=-1\neq 0$

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow R(M)=2 \text{, ya que } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}=0$$

Para $k=2 \Rightarrow A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow R(A)=2$ ya que $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=-1\neq 0$

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow R(M)=3 \text{ ya que } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=2+1-1=2\neq 0$$

	R(A)	R(M)	
$k=1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$k=2$	2	3	S. Incompatible
$k\neq 1$ y 2	3	3	S. Compatible Determinado

b) $k=1 \Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado.

$$\left.\begin{array}{r} y+z=1 \\ x\qquad +z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-t \\ y=1-t \\ z=t \end{array}\right.$$

Si $y=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow x=-1\ ;\ y=0\ ;\ z=1$