EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

**PROBLEMAS RESUELTOS**

**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**

**2024**

MATEMÁTICAS II

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 1
- Junio, Ejercicio 2

**Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\ln(x)$, donde ln denota el logaritmo neperiano, y los puntos de su gráfica $A(1,0)$ y $B(e,1)$.**

**a) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de *f* en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta que pasa por los puntos *A* y *B*.**

**b) Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de *f* en el punto *A*.**

**MATEMÁTICAS II. 2024. JUNIO. EJERCICIO 1**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la ecuación de la recta que pasa por $A$ y $B$

$$\frac{x-1}{e-1}=\frac{y-0}{1}\Rightarrow y=\frac{1}{e-1}x-\frac{1}{e-1}$$

La pendiente es: $\frac{1}{e-1}$ y tiene que ser igual a $f'(x)=\frac{1}{x}$.

Luego, $\frac{1}{x}=\frac{1}{e-1}\Rightarrow x=e-1$

Por lo tanto, el punto es $\left(e-1\,,\,\ln(e-1)\right)$

b) La pendiente de la recta tangente en $A(1,0)$ es: $f'(x)=\frac{1}{x}\Rightarrow f'(1)=\frac{1}{1}=1$. Luego, la pendiente de la recta normal es: $-1$

La recta normal es: $y-0=-1\cdot(x-1)\Rightarrow y=-x+1$

**Considera la función continua *f* definida por:** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x\cdot\cos(x)-a\cdot sen(x)}{x^{3}} & si \quad x<0 \\ b\cdot\cos(x)-1 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

**Calcula *a* y *b***
**MATEMÁTICAS II. 2024. JUNIO. EJERCICIO 2**

R E S O L U C I Ó N

Como la función es continua, estudiamos la continuidad en $x=0$

- $f(0)=b-1$
- $\displaystyle\lim_{x\to 0^-}\frac{x\cdot\cos x-a\cdot sen(x)}{x^{3}}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cos x-x\cdot sen(x)-a\cdot\cos(x)}{3x^{2}}=\frac{1-a}{0}$

Como el limite debe existir, ya que es continua, el numerador debe valer cero para poder aplicar la regla de L'Hôpital, luego $1-a=0\Rightarrow a=1$.

Aplicamos la regla de L'Hôpital para calcular el valor del límite

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x\cdot\cos x-sen(x)}{x^{3}}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cos x-x\cdot sen(x)-\cos(x)}{3x^{2}}=\frac{0}{0}=$$
$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{-sen(x)-sen(x)-x\cdot\cos(x)+sen(x)}{6x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-sen(x)-x\cdot\cos(x)}{6x}=\frac{0}{0}=$$
$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{-\cos(x)-\cos(x)+x\cdot sen(x)}{6}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$$

- $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}(b\cdot\cos(x)-1)=b-1$

Como es continua $\Rightarrow \displaystyle\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^+}f(x)\Rightarrow -\frac{1}{3}=b-1\Rightarrow b=\frac{2}{3}$.

Luego, $a=1\,;\,b=\dfrac{2}{3}$