PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

a) **[1 punto]** Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

b) **[1,5 puntos]** Estudia y halla los extremos relativos y absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{a(\ln(1+x) - x) + b(e^x - 1) + 1 - \cos(x)}{\operatorname{sen}^2(x)} = 5$$

donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \int_0^x \cos(t)\operatorname{sen}^2(t)\, dt.$$

Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \dfrac{\pi}{4}$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{4+4e^x}}$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{1+e^x}$).

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & + & z & = & 1+a \\ x & + & 2y & - & z & = & 1-a \\ x & + & (1+a)y & - & az & = & 0 \end{array}\right.$$

a) **[1,5 puntos]** Calcula a para que el sistema sea compatible indeterminado.

b) **[1 punto]** Resuelve el sistema, si es posible, para $a = 0$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 2.

a) **[1,5 puntos]** Sabiendo que A verifica la identidad $(A + a\,I)^2 = b\,I$, halla a y b.

b) **[1 punto]** Resuelve la ecuación $MX + M^2 = I$.

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y = 0$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = z - 2$.

a) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, el plano perpendicular a π que contiene a r.

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, la recta perpendicular a r, contenida en π y que pasa por el origen.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $O(0,0,0)$, $A(a,-1,2)$ y $B(a,1,0)$.

a) **[1,5 puntos]** Determina a para que el triángulo OAB tenga área 3 unidades cuadradas.

b) **[1 punto]** Calcula a para que O, A y B sean coplanarios con el punto $C(1,1,0)$.
