



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN**  
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS  
CURSO 2023–2024

**MATEMÁTICAS II**

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
  - c) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.
  - d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - e) Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
  - f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ .

- a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- b) [1,5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de  $f$  y los puntos de inflexión de su gráfica (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Sea la función derivable  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} a e^{-x} + b \ln(1-x) & \text{si } x < 0 \\ x + \ln(1+x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano.

- a) [1,5 puntos] Determina  $a$  y  $b$ .
- b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**BLOQUE B.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ .

- a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes de coordenadas y esboza dicha gráfica.
- b) [1,5 puntos] Calcula la suma de las áreas de los recintos acotados y limitados por la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas.

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 3} dx$ . (Sugerencia: efectúa el cambio de variable  $t = e^x$ ).



**BLOQUE C.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) **[1,25 puntos]** Calcula los determinantes de las matrices  $((AB)^5)^{-1}$  y  $27AB^6$ .
- b) **[1,25 puntos]** Halla la matriz  $X$ , si es posible, que verifica que  $AXB = 9I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & a \\ 5 & 3a - 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) **[1,25 puntos]** Calcula el rango de  $A$  según los valores de  $a$ .
- b) **[1,25 puntos]** Si  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  y  $a = 2$  resuelve, si es posible, el sistema  $AX = B$ .

**BLOQUE D.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera la recta  $r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = 3-z$  y el punto  $P(0, 2, -4)$ .

- a) **[1,25 puntos]** Calcula el punto de  $r$  a menor distancia de  $P$ .
- b) **[1,25 puntos]** Halla los puntos de  $r$  cuya distancia a  $P$  sea igual a  $\sqrt{50}$ .

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Sea  $\pi_1$  el plano determinado por los puntos  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, -3)$  y  $C(0, 1, 1)$ , y sea  $\pi_2 \equiv x - y + z - 1 = 0$ . Determina la ecuación de la recta paralela a ambos planos que pasa por el origen.