PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2024

MATEMÁTICAS II

TEMA 7: PROBABILIDAD

Sean *A* y *B* dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente es $\frac{1}{3}$ y la de que no ocurra ninguno de ellos es $\frac{1}{6}$. Calcula *P(A)* y *P(B)*.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 1

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $P(A\cap B)=\frac{1}{3}$; $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{1}{6}$

Por Morgan, sabemos que:

$$p(\overline{A}\cap\overline{B})=p(\overline{A\cup B})=1-p(A\cup B)\Rightarrow\frac{1}{6}=1-p(A\cup B)\Rightarrow p(A\cup B)=\frac{5}{6}$$

Como son independientes: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3}$

Sabemos que:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-p(A\cap B)\Rightarrow\frac{5}{6}=P(A)+P(B)-\frac{1}{3}\Rightarrow P(A)+P(B)=\frac{7}{6}$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones: $\left.\begin{aligned} P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3} \\ P(A)+P(B)=\frac{7}{6}\end{aligned}\right\}$

Nos queda que: $P(A)=\frac{1}{2}$ y $P(B)=\frac{2}{3}$ $ó$ $P(A)=\frac{2}{3}$ y $P(B)=\frac{1}{2}$

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $P(A)=\frac{4}{9}$, $P(B)=\frac{1}{2}$ y $P(A\cup B)=\frac{13}{18}$, se pide:

a) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.

b) Calcular $P\left(\overline{A}/B\right)$, donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario de A.

MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-p(A\cap B)\Rightarrow \frac{13}{18}=\frac{4}{9}+\frac{1}{2}-p(A\cap B)\Rightarrow p(A\cap B)=\frac{2}{9}$

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=\frac{2}{9} \\ P(A)\cdot P(B)=\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{9} \end{array}\right\}\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)\Rightarrow \text{ Son independientes}$$

b) $P\left(\overline{A}/B\right)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{2}{9}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{5}{9}$

Un dado con las caras numeradas del 1 al 6 está trucado de modo que la probabilidad de obtener un número es directamente proporcional a dicho número. Tiramos el dado una vez.
a) Halla la probabilidad de que salga 3 si se sabe que salió un número impar.
b) Calcula la probabilidad de que salga un número par si se sabe que salió un número mayor que 3.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 3

R E S O L U C I Ó N

$$\left.\begin{array}{l} p(1)=x \\ p(2)=2x \\ p(3)=3x \\ p(4)=4x \\ p(5)=5x \\ p(6)=6x \end{array}\right\} \Rightarrow x+2x+3x+4x+5x+6x=1 \Rightarrow 21x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{21}$$

a)

$$P\left(3/\,salió\ impar\right)=\frac{P(3)}{P(1,3,5)}=\frac{\frac{3}{21}}{\frac{1}{21}+\frac{3}{21}+\frac{5}{21}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

b)

$$P\left(par\,/\,mayor\ \ que\ \ 3\right)=\frac{P(4,6)}{P(4,5,6)}=\frac{\frac{4}{21}+\frac{6}{21}}{\frac{4}{21}+\frac{5}{21}+\frac{6}{21}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$$

En un club deportivo, el 55 % de los socios practica natación, el 65 % practica tenis, y el 10 % no practica ni natación ni tenis.
a) Si el club tiene 1200 socios, ¿cuántos practicarían ambos deportes?.
b) Tomando al azar una persona de este club que practique natación, calcula la probabilidad de que no juegue al tenis.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 4

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $P(N)=0'55 \quad ; \quad P(T)=0'65 \quad , \quad P(\overline{N}\cap\overline{T})=0'1$

a) Por Morgan, sabemos que:

$$p(\overline{N}\cap\overline{T})=p(\overline{N\cup T})=1-p(N\cup T)\Rightarrow 0'1=1-p(N\cup T)\Rightarrow p(N\cup T)=0'9$$

Sabemos que:

$$P(N\cup T)=P(N)+P(T)-p(N\cap T)\Rightarrow 0'9=0'55+0'65-p(N\cap T)\Rightarrow p(N\cap T)=0'3$$

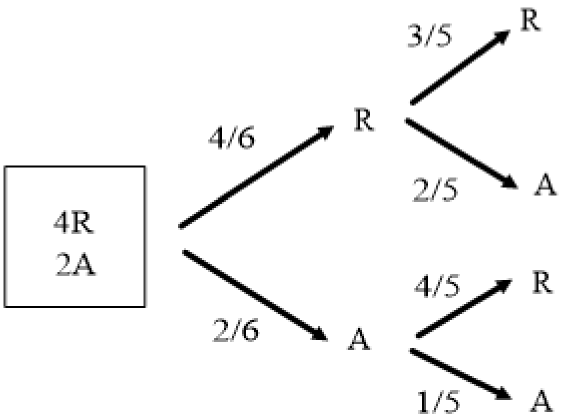
Luego, $1200\cdot 0'3=360$ socios practican ambos deportes

b) $P\left(\overline{T}/N\right)=\dfrac{P(\overline{T}\cap N)}{P(N)}=\dfrac{P(N)-P(T\cap N)}{P(N)}=\dfrac{0'55-0'3}{0'55}=\dfrac{5}{11}=0'4545$

De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules, extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea azul?
c) Si la segunda bola es azul, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $P(RA)+P(AR)=\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$

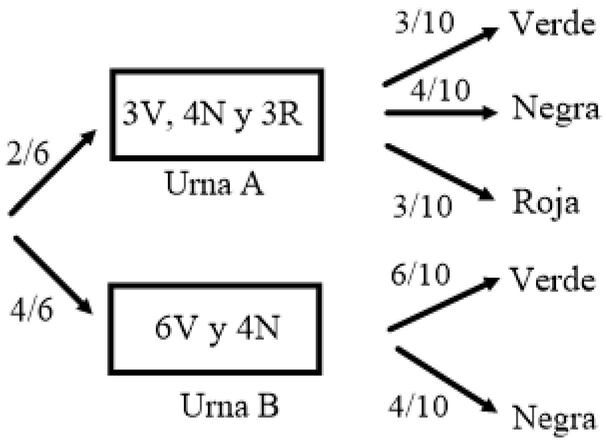
b) $P(RA)+P(Aa)=\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{3}$

c) $P\left(1^{a}\,R/2^{a}\,A\right)=\dfrac{P(1^{a}\,R\cap 2^{a}\,A)}{P(2^{a}\,A)}=\dfrac{\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}}=\dfrac{\frac{8}{30}}{\frac{1}{3}}=\frac{4}{5}$

Se tienen dos urnas *A* y *B* con bolas de colores con la siguiente composición: la urna *A* contiene 3 bolas verdes, 4 negras y 3 rojas; mientras que la urna *B* contiene 6 bolas verdes y 4 bolas negras. Además, se tiene un dado con 2 caras marcadas con la letra *A* y 4 caras marcadas con la letra *B*. Se lanza el dado y se saca una bola al azar de la urna que ha indicado el dado.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea verde?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?
c) Si la bola extraída es verde, ¿cuál es la probabilidad de que ésta proceda de la urna *B*?
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $P(verde)=\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10}+\frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10}=\frac{30}{60}=0'5$

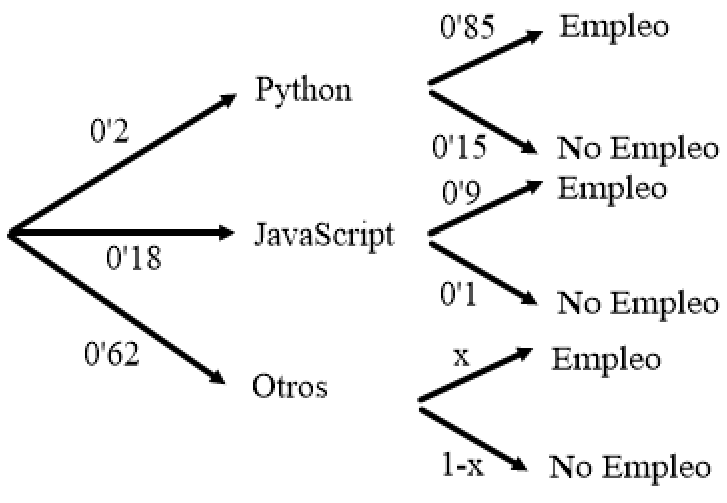
b) $P(Roja)=\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10}=\frac{6}{60}=0'1$

c) $P\left(B/Verde\right)=\frac{P(B\cap Verde)}{P(Verde)}=\frac{\frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10}}{\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10}+\frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10}}=\frac{\frac{24}{60}}{\frac{30}{60}}=\frac{4}{5}=0'8$

Python y JavaScript se encuentran entre los lenguajes de programación más estudiados por los programadores, con un 20 % y un 18 % de desarrolladores que se especializan únicamente en cada uno de ellos. El resto de desarrolladores se especializan entre una decena de lenguajes (HTML-CSS, Java, C,...). La probabilidad de que un desarrollador que se ha especializado en Python obtenga empleo es 0,85, mientras que la de que lo obtenga uno que se ha especializado en JavaScript es 0,9. También se sabe que la probabilidad de que un desarrollador esté desempleado es del 0,15.
a) Calcula la probabilidad de que un desarrollador esté empleado si no ha estudiado Python ni JavaScript.
b) Calcula la probabilidad de que un desarrollador que está desempleado se haya especializado en Python o JavaScript.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a)

$$P(no\,empleo)=0'15=0'2\cdot 0'15+0'18\cdot 0'1+0'62\cdot(1-x)\Rightarrow 0'15=0'668-0'62x\Rightarrow x=\frac{0'518}{0'62}=0'8354$$

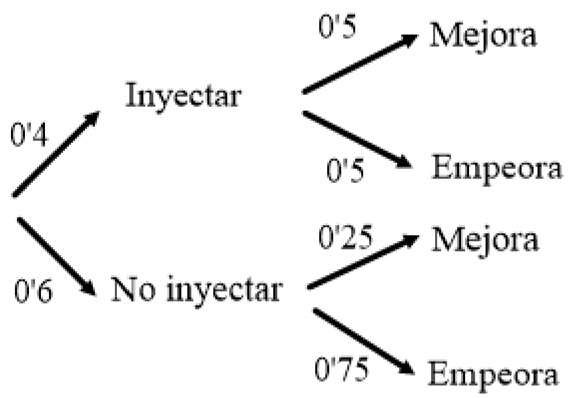
b)

$$P\left(Python\cup Java\,/\,No\,empleo\right)=P\left(Python\,/\,No\,empleo\right)+P\left(Java\,/\,No\,empleo\right)=$$
$$=\frac{0'2\cdot 0'15}{1-0'8354}+\frac{0'18\cdot 0'1}{1-0'8354}=\frac{0'048}{0'1646}=0'2916$$

En el enfermero de la doctora Martínez no se puede confiar, pues durante la ausencia del médico la probabilidad de que no le inyecte un suero a un enfermo es de 0, 6. Se sabe que si a un enfermo grave se le inyecta el suero tiene igual probabilidad de mejorar que de empeorar, pero si no se le inyecta entonces la probabilidad de que mejore es de 0, 25. A su regreso, la Dra. Martínez se encuentra con que un enfermo ha empeorado. Calcula la probabilidad de que el enfermero olvidara inyectar el suero a este paciente.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol

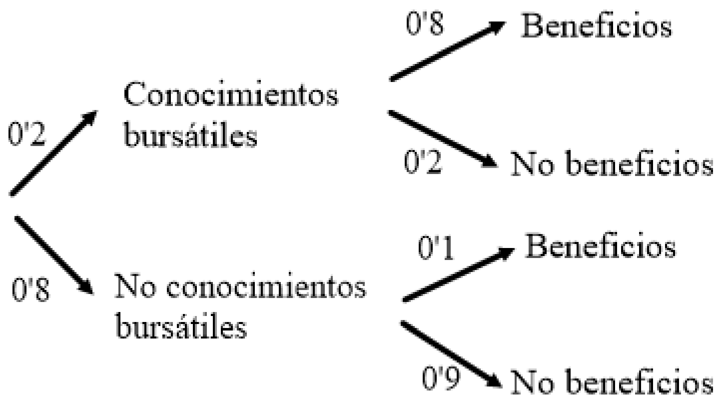


$$P\left(No\ inyectar / Empeora\right) = \frac{p(no\ inyectar \cap empeora)}{p(empeora)} = \frac{0'6 \cdot 0'75}{0'4 \cdot 0'5 + 0'6 \cdot 0'75} = \frac{0'45}{0'65} = 0'6923$$

Se estima que solo un 20 % de los que compran acciones en bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos, el 80 % obtiene beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles, solo un 10 % obtiene beneficios.
a) Calcula el porcentaje de los que obtienen beneficios comprando acciones en bolsa.
b) Eligiendo una persona al azar, calcula la probabilidad de que no tenga conocimientos bursátiles y que no tenga beneficios al invertir en bolsa.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 9

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $P(beneficio) = 0'2 \cdot 0'8 + 0'8 \cdot 0'1 = 0'24$

b) $P\left(No\ conocimiento \cap No\ beneficio\right) = 0'2 \cdot 0'2 = 0'04$

Una enfermedad puede estar producida por tres virus A, B y C. En el laboratorio hay tres tubos de ensayo con el virus A, 2 tubos de ensayo con el virus B y 5 tubos de ensayo con el virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad en un animal es de $\frac{1}{3}$, que la produzca el virus B es de $\frac{2}{3}$, y que la produzca el virus C es de $\frac{1}{7}$.

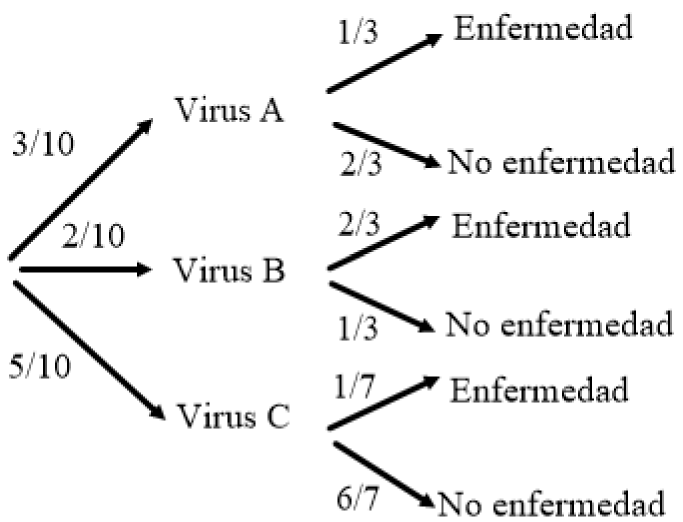
a) Si elegimos al azar un tubo de ensayo e inoculamos el virus a un animal, calcula la probabilidad de que contraiga la enfermedad.

b) Si se inocula el virus a un animal y contrae la enfermedad, calcula la probabilidad de que el virus que se ha inoculado sea del tipo C.

MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 10

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



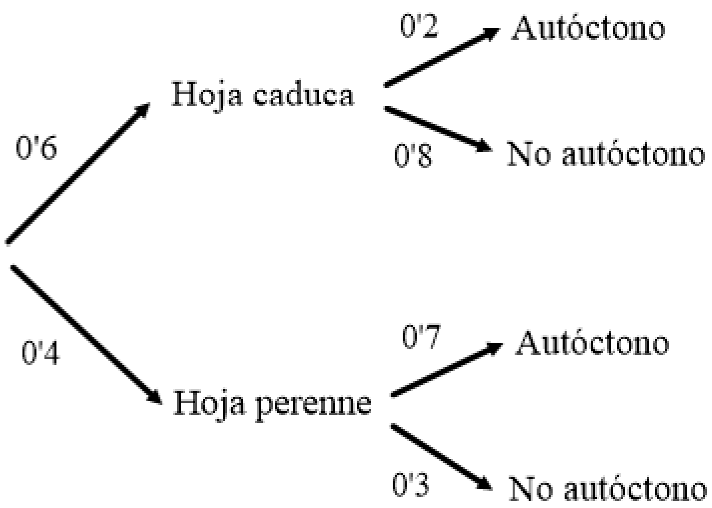
a) $P(enfermedad)=\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{3}+\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{7}=\frac{32}{105}=0'3048$

b) $P\left(virus\ C/enfermedad\right)=\frac{P(virus\ C\cap enfermedad)}{P(enfermedad)}=\frac{\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{7}}{\frac{32}{105}}=\frac{\frac{5}{70}}{\frac{32}{105}}=\frac{15}{64}=0'2344$

Un ayuntamiento estima que el 60 % de los árboles de su localidad son de hoja caduca, y de ellos un 20 % son autóctonos del área geográfica. Sin embargo, de los árboles de hoja perenne (no caduca) los autóctonos ascienden al 70 %. Elegido al azar un árbol de esta localidad:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca y no sea autóctono?
b) ¿Qué probabilidad hay de que el árbol sea autóctono?
c) Sabiendo que el árbol es autóctono, ¿cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca?
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 11

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $P(Caduca \cap No\, autóctono) = 0'6 \cdot 0'8 = 0'48$

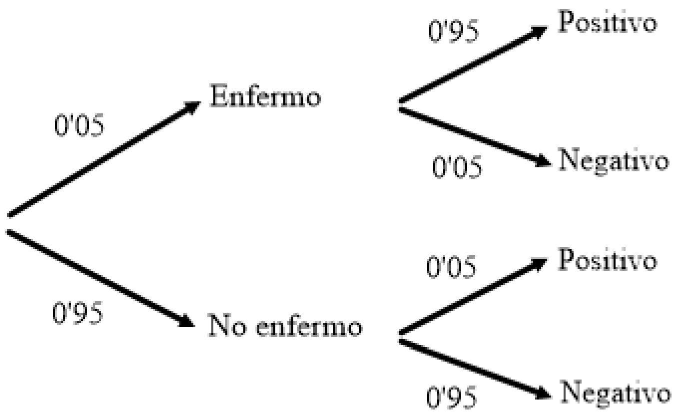
b) $P(Autóctono) = 0'6 \cdot 0'2 + 0'4 \cdot 0'7 = 0'4$

c) $P\left(caduca / autóctono\right) = \dfrac{P(caduca \cap autóctono)}{P(autóctono)} = \dfrac{0'6 \cdot 0'2}{0'6 \cdot 0'2 + 0'4 \cdot 0'7} = \dfrac{0'12}{0'4} = 0'3$

Se tiene una prueba diagnóstica para una enfermedad con las siguientes propiedades:
- La probabilidad de que el test dé positivo teniendo la enfermedad es 0,95.
- La probabilidad de que el test dé negativo no teniendo la enfermedad es 0,95.
- La probabilidad de que una persona tenga la enfermedad es 0,05.
Realizada la prueba a una persona al azar, calcular:
a) La probabilidad de que el test dé positivo.
b) La probabilidad de tener la enfermedad cuando el test ha dado positivo.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 12

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



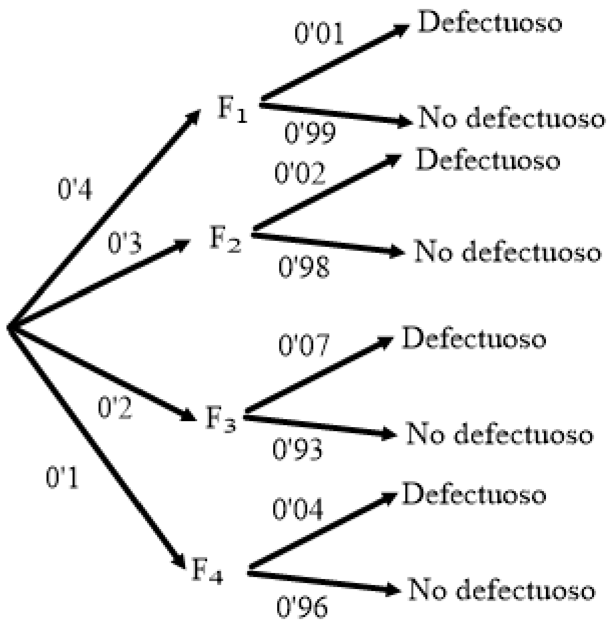
a) $P(positivo) = 0'05 \cdot 0'95 + 0'95 \cdot 0'05 = 0'095$

c) $P\left(enfermo / positivo\right) = \dfrac{P(enfermo \cap positivo)}{P(positivo)} = \dfrac{0'05 \cdot 0'95}{0'095} = \dfrac{0'0475}{0'095} = 0'5$

Una empresa automovilística fabrica sus coches en cuatro factorías: F_1, F_2, F_3 y F_4. El porcentaje de producción total de coches que se fabrica en cada factoría es del 40 %, 30 %, 20 % y 10 %, respectivamente, y además el porcentaje de pintado defectuoso en cada factoría es del 1 %, 2 %, 7 % y 4 %, respectivamente. Tomamos un coche al azar. Se pide:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el coche haya sido fabricado en la factoría F_1 y esté perfecto? b) ¿Cuál es la probabilidad de que la pintura del coche presente algún desperfecto?
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 13

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



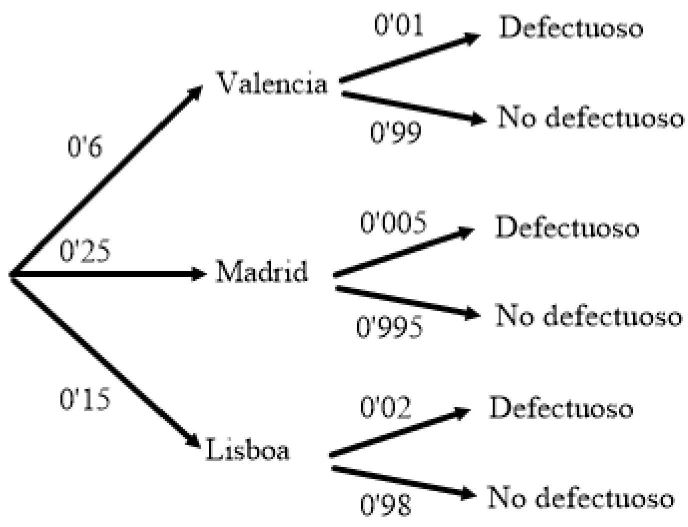
a) $P\left(F_1 \cap ND\right) = 0'4 \cdot 0'99 = 0'396$

b) $P\left(defectuoso\right) = 0'4 \cdot 0'01 + 0'3 \cdot 0'02 + 0'2 \cdot 0'07 + 0'1 \cdot 0'04 = 0'028$

El 60 % de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el 25 % en Madrid y el resto en Lisboa. El 1 % de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del 0,5 % y del 2 %, respectivamente.
a) Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
b) Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 14

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $P(no\,defectuoso) = 0'6 \cdot 0'99 + 0'25 \cdot 0'995 + 0'15 \cdot 0'98 = 0'98975$

b) $P(Madrid / defectuoso) = \dfrac{P(Madrid \cap defectuoso)}{P(defectuoso)} = \dfrac{0'25 \cdot 0'005}{1 - 0'98975} = \dfrac{0'00125}{0'01025} = 0'122$

De una baraja española (40 cartas) Carlos y Paula extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas, Paula da dos cartas a Carlos y posteriormente una para ella. Calcula:
a) La probabilidad de que Carlos tenga dos ases
b) La probabilidad de que Carlos tenga un as y un rey.
c) La probabilidad de que Paula tenga un as y Carlos no tenga dos reyes.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 15

R E S O L U C I Ó N

a) $P(AA)=\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{14}$

b) $P(AR)+p(RA)=\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{4}{7}$

c) Como Carlos recibe las cartas en primer lugar, la secuencia de cartas para que Carlos no reciba 2 reyes y Paula reciba 1 as, debe ser:

$$P(AA-A)+P(AR-A)+P(RA-A)=\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{5}{14}$$

Se estudia una prueba diagnóstica para detectar una enfermedad en un grupo de 200000 personas a las que se ha sometido a dicha prueba y de los que el 0,5 % están enfermos. Se ha observado que de los enfermos ha dado negativo a 50 personas y, de las sanas, le ha dado positivo a 19900. Si se escoge al azar una de estas personas sometidas a la prueba diagnóstica:
a) Calcula la probabilidad de que la prueba dé resultado positivo. ¿Cuál sería la probabilidad de que el resultado de la prueba sea erróneo?
b) Calcula la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba es negativo.
MATEMÁTICAS II. 2024 PONENCIA. EJERCICIO 16

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos del problema

	ENFERMO	NO ENFERMO	TOTAL
POSITIVO	950	19.900	20.850
NEGATIVO	50	179.100	179.150
TOTAL	1.000	199.000	200.000

a) $P(positivo) = \dfrac{20.850}{200.000} = 0'10425$

$$P(erróneo) = P(positivo \cap no\ enfermo) + P(negativo \cap enfermo) = \frac{19.900}{200.000} + \frac{50}{200.000} = \frac{339}{4.000} = 0'09975$$

b) $P(enfermo / negativo) = \dfrac{P(enfermo \cap negativo)}{P(negativo)} = \dfrac{\dfrac{50}{200.000}}{\dfrac{179.150}{200.000}} = 2'79 \cdot 10^{-4}$